

Рецензия на 5 дополнительную главу
"Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики"
в учебнике А.Н.Колмогорова, А.М.Абрамова и др.
Алгебра и начала анализа 10-11

Эта глава совершенно никуда не годится. Множество конкретных ошибок, невнятные и/или некорректные мотивировки и разъяснения, плохо продуманные доказательства и последовательность изложения, плохой язык изложения не позволяют поставить эту главу даже близко к остальной части учебника, явно написанной людьми, понимающими, что пишут. Считаю, что эта глава должна быть переписана от начала до конца, причем человеком, понимающим материал.

Список замечаний

1. Стр. 273, Начало второго абзаца. Неужели только постепенно заметили, что монета не может выпасть одновременно двумя сторонами? А с самого начала об этом не догадывались?
2. Стр. 273, начало последнего абзаца. Конечно, если человек – бессмысленная скотина (наподобие главного положительного героя программного рассказа Набокова "Возвращение Чорба") и идет туда, куда его понесет случайная комбинация эмоций, то и поездка на спортивные соревнования – событие случайное. Однако же я очень надеюсь, что хотя бы среди вдумчивых читателей этого учебника таких будет не "большинство".
3. Стр. 274, второй абзац. "В теории вероятностей принята такая схема: ставится опыт, его результат называют событием (или случайным событием)". Из этого определения следует, что если мы бросаем монету, то событием является лишь одно: либо выпадение герба, либо выпадение цифры – в зависимости от того, что явилось результатом опыта. А то, что не сбылось – не событие. Но это противоречит всему последующему разговору о вероятностях обоих этих событий.
4. Стр. 274, строки 21–23 написаны не по-русски. "Например, при игре в кости выпадение трех очков, т.е. произошло событие Q_3 , можно рассматривать и так:..."
5. Стр. 274, следующее предложение. "Тогда говорят, что событие Q_3 благоприятствует событию A и пишут..." Это "тогда" создает впечатление, что если выпало не три очка, то нельзя говорить, что событие Q_3 благоприятствует событию A .

6. Стр. 274, задачи 582 и 583 и ответы к ним. Структура ответа не соответствует заданным вопросам. Ответом на вопрос "какие из записей верны" является список этих записей.
7. Стр. 275, строка 3. Слово "данном" указывает на то, что имеется в виду какой-то описанный или указанный выше опыт.
8. Стр. 275, строки 2–3. В русском языке связи не могут произойти.
9. Стр. 276, первый абзац параграфа 14. Возможно, этому абзацу можно придать какое-то корректное значение, однако в данном виде он по формальным признакам представляет собой классический порочный круг: понятие вероятности определяется через понятие равенства вероятностей.
10. Стр. 276, строка 15 снизу. Напомню, что, согласно сказанному выше в этой главе, событием является только то, что произошло, а то, что не произошло – вовсе не событие, и уж конечно нельзя говорить о том, что эти два события находятся в равных ситуациях.
11. Стр. 276, строк 14. "при бросании кости у события Q_2 нет преимуществ произойти перед событием Q_3 " естественно (и с точки зрения русского языка единственно возможно) понимать так: мы долго и упорно занимаемся бросанием кости, и озабочены тем, какое из этих событий произойдет перед (т.е. раньше) другого.
12. Стр. 277, первый абзац наводит на мысль, что если взять две внешне одинаковые монеты, то результат будет другим.
13. Стр. 277, задача 595(е). Ответ $\frac{1}{6}$ неверен. Верный ответ $\frac{1}{2}$.
14. Стр. 277, задача 596. Второй ответ $\frac{1}{36}$ неверен. Верный ответ $\frac{1}{12}$.
15. Стр. 277, задача 597. Четвертый ответ $\frac{5}{36}$ неверен. Верный ответ $\frac{1}{18}$.
16. Стр. 277, первый абзац раздела 15 грамматически незавершен. Что "последнее"?
17. Стр. 278, строка 1. Ниоткуда в приведенной формулировке этой общей теоремы не следует, что можно ввести такие равновероятные исходы.
18. Стр. 278, две аксиомы в середине страницы. Неправда. Поскольку нигде не было указано никаких ограничений на то, что такое "событие", для почти любого опыта, рассматриваемого в *настоящей* теории вероятностей, легко указать неизмеримое подмножество множества исходов.

19. Стр. 278, пример 3. "Попасть в десятку по результатам стрельб"однозначно читается как "быть включенным в десятку лучших стрелков".
20. Стр. 279, определение в строках 10–7 снизу совершенно невразумительно. Кроме того, непонятно, что в ней делает и к чему относится число n и почему в предпоследней строке упоминаются "отношения порядка"(в множественном числе).
21. Стр. 279, задача 2 и ее переформулировка на стр. 280. Необходимо уточнить, что число m входит в условие задачи, то есть мы не можем выбирать его по нашему желанию.
22. Стр. 280, строка 12. $7!$, а не 71.
23. Стр. 281, строки 15–12 снизу. В этом рассуждении пропущено, что все получающиеся размещения различны.
24. Стр. 282, задача 610. Что значит "очередной"список? Вполне можно понять смысле "список на очередной отпуск". Однако здесь, видимо, подразумевается, что это список, в котором важен не только его состав, но и порядок имен в нем. Это должно быть сказано более четко.
25. Стр. 282, задачи 612 и 613. Необходимо указать, что это все разные люди.
26. Стр. 282, задача 613. Что такое упражнение 47?
27. Стр. 282, задача 615. "Условия приведенного выше примера"включают условие, что было выбрано 5 шаров. Поэтому, строго говоря, описанное в данной задаче событие состоит в том, что среди этих 5 шаров нашелся хотя бы один красный и хотя бы два синих. Конечно, автор имел в виду не это, но при точном прочтении задачи ее можно понять только так. Аналогичное замечание к задачам 616 и 618, а задача 619 вообще оказывается противоречивой.
28. **Стр. 282, задача 616 (в формулировке, подразумеваемой авторами) и ответ к ней на стр. 347. Неверная формула**

$$\frac{C_{11}^2 C_{14}^2}{C_{25}^3}.$$

Верная формула

$$\frac{C_{11}^1 C_{14}^2}{C_{25}^3}.$$

29. Стр. 374, ответ к задаче 616. Неверное равенство

$$\frac{C_{11}^2 C_{14}^2}{C_{25}^3} = \frac{11}{2} \cdot \dots$$

30. Стр. 282, задачи 619, 620. Конечно, вероятность равна 0, поскольку в ящике не было ни одного разноцветного шара!

31. Стр. 374, ответ к задаче 619. Вычисление ошибочно. Данное выражение равно примерно 0,895.

32. Стр. 283, первый абзац. Здесь очень полезно бы привести явную формулу для $n = 4$.

33. Стр. 283, второй абзац. Этот метод будет еще раз описываться в последней главе книги. Не забыть там сослаться на данное место!

34. Стр. 283, третий абзац. Это не следствие, а пример.

35. Стр. 283–284. Все доказательство – ужасное: слепое вычисление, в виде фокуса выдающее нам какую-то формулу. Необходимо естественное объяснение, прямо апеллирующее к понятию сочетания.

36. Стр. 285, задача 627. Что же это за задача, если двадцатая (соответственно, десятая) степень уже первого члена является искомым слагаемым?

37. Стр. 285, задача 628. В приведенном тексте искомая формула уже доказана на предыдущей странице. Впрочем, как я уже писал, оттуда ее необходимо убрать, и здесь (в этой задаче) ей самое место.

38. Стр. 285, задача 629. Почему неравенства $m < \frac{n}{2}$ и $\frac{n}{2} < m$ строгие?

39. Стр. 285. Треугольник Паскаля изображен безобразно. В частности, что такое r ? Должно быть $p + q$, иначе нигде не объяснено, как этот треугольник строится.

40. Стр. 286, строка 15. Какой здесь смысл слова "весь"? Какой "весь" треугольник имеется в виду?

41. Стр. 286, строки 7 и 3 снизу. Как точки могут заполнять треугольник неравномерно? Понятен смысл, который авторы хотели бы вложить в эти слова, но это не получилось.

42. Стр. 287, задача 635(б). Неверный ответ $\frac{5}{16}$. Верный ответ $\frac{7}{16}$.

43. Стр. 287, задача 636. Какой смысл слов "хотя бы"? Как отрезок может пересечься более чем с одной из этих прямых?
44. **Стр. 287, задача 640. Ответ $\frac{2}{4}$ неверен. Верный ответ $\frac{1}{4}$.**
45. Стр. 288, рисунки 155–157. Почему-то обозначения переключателей поставлены на максимально возможном расстоянии от изображения соответствующих переключателей.
46. Стр. 288, задача 643. В задаче ничего непонятно. Откуда куда идет (или не идет) ток? Предположительно, все левые концы проводов соединяются и подходят к одному источнику?
47. Стр. 289, первый абзац. Потрясающее предположение: если в зайца попадет только один охотник, то этот заяц не будет подстрелен!
48. Стр. 289, второй абзац. Неверное рассуждение "так как охотники стреляют независимо, то события А и В (попадания) независимы". Действительно, эти события зависят не только от охотников, но и от зайца. Если охотник, выстреливший первым, попал в него, то заяц уже перекувырнулся (или отлетел в сторону, в зависимости от силы заряда и дистанции стрельбы), что сильно влияет на попадание второго выстрела.
49. **Стр. 289, задача 644(в). Здесь требуется доказать неверное утверждение. Действительно, пусть опыт состоит в случайном выборе одного числа из четырех. Пусть события А, В и С состоят соответственно в выборе числа 1 или 2, 1 или 3, 1 или 4. Тогда очевидно, что все эти события попарно независимы, однако же**

$$P((A \cup B) \cap C) = \frac{1}{4} \neq P(A \cup B) \cdot P(C) = \frac{3}{8}.$$

50. Стр. 289, задача 644(г). Здесь требуется доказать неверное утверждение. Действительно, пусть опыт состоит в случайном выборе одного числа из четырех и одновременном бросании монетки космонавтом на планете Марс. Пусть события А, В и С – те же, что и в предыдущем замечании, дополненные всевозможными исходами опыта на Марсе, а событие D – выпадение герба на Марсе, дополненное всевозможными выборами числа. Тогда все четыре события вновь попарно независимы, однако же

$$P((A \cup B) \cap (C \cup D)) = \frac{1}{2} \neq P(A \cup B) \cdot P(C \cup D) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}.$$

51. Стр. 289, подстрочник. Судя по предыдущим двум замечаниям, искомого примирения не произойдет.
52. Стр. 290, первый абзац. Здесь авторы думали одно, а фактически написали совершенно другое. Предположительно, смысл должен быть следующий. Постулируется, что каждому возможному событию опыта соответствует некоторое объективно существующее, но нам пока неизвестное число – его (точная) вероятность. Чтобы его определить (в смысле вычислить), мы повторяем этот опыт n раз и полагаем (предполагаемую) вероятность равной указанной дроби.
- Фактически же написано следующее. Делаем серию опытов. По определению, вероятность события – это такая-то дробь, зависящая от результатов опыта. А если результаты другие, то и вероятность другая. Например, никакие две серии из n_1 и n_2 опытов, где n_1 и n_2 взаимно просты, не могут дать одинаковых определений вероятности (кроме 0 и 1).
53. Стр. 290, строка 10. Вот иллюстрация к сказанному выше. Какой смысл в утверждении, что $P(A)$ отличается от $\frac{m}{n}$ меньше, чем на столько-то, если согласно только что данному определению $P(A)$ в точности равно $\frac{m}{n}$?
54. Стр. 290, строка 10. Однако при любом понимании то, что здесь написано, неверно. Всегда есть (достаточно малая) вероятность того, что результат серии опытов даст значение, сильно уклоняющееся от правильного. Имеют смысл только утверждения о том, что вероятность слишком большого отклонения мала. Но здесь ничего подобного нет, следовательно, это прямое введение детей в заблуждение.
55. Стр. 290, строки 9–8 снизу. Что здесь имеется в виду под процедурой? Процедура вынимания шариков или процедура произнесения неоплатонических словосочетаний?
56. Стр. 291, задача 646. Никакой такой опыт не может дать точного значения вероятности. Здесь необходимы какие-то слова типа "оценочная вероятность", "предполагаемое значение вероятности" и т.п.
57. Стр. 291, задача 646. Что такое погрешность Δ ? Нигде выше в данном параграфе этот термин и обозначение не упоминались. Если же речь идет об отклонении из закона \sqrt{n} , то во-первых в этом законе дается лишь какая-то верхняя оценка, а в задаче требуется вычислить (то есть дать точное значение), а во-вторых см. замечание 54.
58. Стр. 291, задача 647. См. замечания выше.

59. Стр. 375, ответ к задаче 648(б). Равенство $\frac{22}{1024} \approx 0,11$ неверно.

Впрочем, никакое локальное исправление не может спасти этот текст. Повторю, что он должен быть переписан с начала до конца человеком, владеющим данным предметом. Хоть бы ради памяти Колмогорова...

В.А.Васильев